Kombinatorik

Permutationen

Aufgabe: Auf wie viele Arten können sich $n := 3$ Personen auf ebensoviele freie (unterscheidbare) Plätze verteilen?

Lösung: $n! = 6$

Aufgabe: Jemand hat sich eine genaue Sitzordnung für die Personen der vorigen Aufgabe ausgedacht, kommt aber zu spät - die Gäste haben sich bereits (zufällig) auf die vorhandenen Plätze verteilt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sich jede Person auf den ihr zugedachten Platz gesetzt hat?

$$p := \frac{1}{n!}$$

(Die "Zahl der möglichen Fälle" ist n!, die "Zahl der günstigen Fälle" ist 1).

$$p = 16.667\%$$

Kombinationen ohne Wiederholung

Aufgabe: Auf wie viele Arten kann aus einer Gruppe von 8 Menschen ein 3-köpfiges Vertretungsteam (dessen Mitglieder alle die gleichen Kompetenzen haben) gebildet werden?

$n := 8$ $\quad k := 3$ $\quad \mathrm{combin}(n,k) = 56$ $\quad \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!} = 56$

Aufgabe: Wie oft erklingen die Gläser, wenn 5 Personen einander zuprosten?

$n := 5$ $\quad k := 2$ $\quad \mathrm{combin}(n,k) = 10$ $\quad \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!} = 10$

Kombinationen mit Wiederholung

Aufgabe: 20 Sportlerinnen nehmen an 8 Bewerben teil (bei denen es jeweils genau eine Siegerin gibt). Eine Sportlerin kann auch mehrfach Siegerin sein. Auf wieviele Arten können die Preise verteilt werden?

$n := 20$ $\quad k := 8$ $\quad \mathrm{combin}(n + k - 1, k) = 2220075$

Variationen ohne Wiederholung

Aufgabe: Auf wie viele Arten kann aus einem 8-köpfigen Verein ein 3-köpfiger Vorstand, bestehend aus VorsitzendeR, SchriftführerIn und KassierIn, gebildet werden?

$n := 8$ $\quad k := 3$ $\quad \frac{n!}{(n-k)!} = 336$

Aufgabe: 33 Sportler nehmen an einem Bewerb teil. Einer gewinnt Gold, einer Silber, einer Bronze. Wie viele mögliche Ausgänge gibt es?

$n := 33$ $\quad k := 3$ $\quad \frac{n!}{(n-k)!} = 32736$

Variationen mit Wiederholung

Aufgabe: Wie viele "Wörter" können zustande kommen, wenn 3 Buchstaben (nacheinander) aus einem Alphabet vom Umfang 26 gewählt werden?

$n := 26 \qquad k := 3 \qquad n^k = 17576$

Permutationen mit Gruppen nicht unterscheidbarer Elemente

Aufgabe: Auf wie viele (unterscheidbare) Arten können 5 weiße, 6 schwarze und 7 rote Kugeln auf 18 Plätze angeordnet werden? (Dabei wird angenommen, dass Kugeln einer Farbe nicht unterschieden werden können).

$n_1 := 5 \qquad n_2 := 6 \qquad n_3 := 7 \qquad \text{->} \qquad n := 18$

$$\frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \cdot n_3!} = 14702688$$