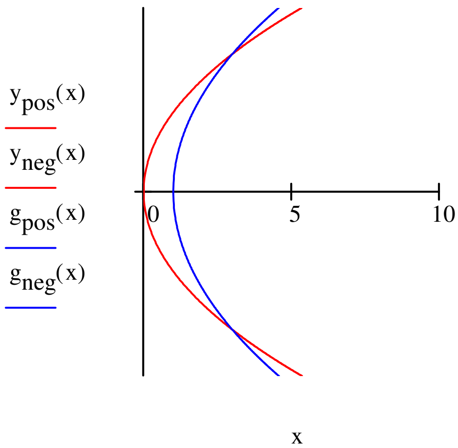
Studienberechtigung TU

Integrale: Lösungen von den Übungsbeispielen

I 1 1 . Die beiden folgenden Kurven f und g begrenzen ein endliches Flächenstück. Berechne den Flächeninhalt dieses Flächenstücks!

(f) $y_{pos}(x) := \sqrt{3 \cdot x}$ $\qquad g_{pos}(x) := \sqrt{\frac{9}{2} \cdot (x-1)}$

$y_{neg}(x) := -\sqrt{3 \cdot x}$ $\qquad g_{neg}(x) := -\sqrt{\frac{9}{2} \cdot (x-1)}$



$$\int \sqrt{3 \cdot x}\, dx \rightarrow \frac{2}{3} \cdot x^{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt{3}$$

$$\int \sqrt{\frac{9}{2} \cdot (x-1)}\, dx \rightarrow \frac{1}{2} \cdot (2 \cdot x - 2)^{\frac{3}{2}}$$

Der Scheitel der zur x-Achse symmetrischen Parabel liegt bei...

$$x = 1$$

$$0 = \frac{9}{2} \cdot (x-1)$$

Wir berechnen nun die Schnittpunkte der Kurven $\quad 3 \cdot x = \frac{9}{2} \cdot (x-1) \qquad x = 3$

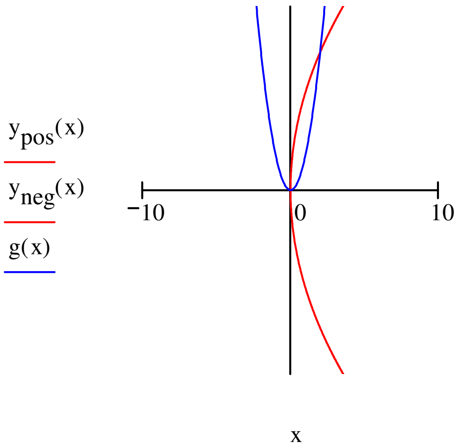
Nun berechnen wir die Flächen von 0 bis für y und von 1 bis 3 für g :

$$\int_0^3 \sqrt{3x}\, dx \rightarrow 6 \qquad \int_1^3 \sqrt{\frac{9}{2} \cdot (x-1)}\, dx \rightarrow 4 \qquad A := 6 - 4$$

(l)

$$y_{pos}(x) := \sqrt{\frac{9}{2} \cdot x} \qquad g(x) := \frac{3}{4} \cdot x^2$$

$$y_{neg}(x) := -\sqrt{\frac{9}{2} \cdot x}$$



$$\sqrt{\frac{9}{2} \cdot x} = \frac{3}{4} \cdot x^2$$

$$\frac{9}{2} \cdot x = \frac{9}{16} \cdot x^4$$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -1 + i \cdot \sqrt{3} \\ -1 - i \cdot \sqrt{3} \end{pmatrix}$$

2 von den 4 Lösungen können wir brauchen: x1=0 und x2=2

$$A := \int_0^2 \sqrt{\frac{9}{2} \cdot x} \, dx - \int_0^2 \frac{3}{4} \cdot x^2 \, dx \qquad A = 2$$