Das Horner-Schema

Mithilfe des Horner-Schemas (William George Horner, 1786-1837) können Polynomwerte berechnet und Polynome durch Linearfaktoren dividiert werden.

Beispiel:

$P(x) = x^3 - 4x^2 + x + 6$

Das kann man umformen zu
$P(x) = x(x(x - 4) + 1) + 6$

Mithilfe der folgenden Tabelle kann man die Berechnung "automatisieren":
Wir schreiben die Koeffizienten in die oberste Zeile und die Zahl, die wir für x einsetzen wollen (z.B. x = 1), an den linken Rand:

	1	-4	1	6
1				

Dann füllen wir die Tabelle folgendermaßen aus: Die erste Zahl aus der oberen Zeile wird in die untere übertragen. Ab nun multiplizieren wir immer die zuletzt angeschriebene Zahl mit x, addieren die nächste Zahl aus der oberen Zeile und schreiben das Ergebnis in die untere Zeile (Merkregel: "mal links, plus oben").

	1	-4	1	6
1	1	-3	-2	4

Erklärung:
1. Spalte: 1 (wird von oben abgeschrieben)
2. Spalte: $1 \cdot 1 - 4 = -3$
3. Spalte: $1 \cdot (-3) + 1 = -2$
4. Spalte: $1 \cdot (-2) + 6 = 4$

Gleichzeitig haben wir das Polynom durch (x - 1) dividiert. Denn die Zahlen in der 1. bis 3. Spalte sind die Koeffizienten des Polynoms, das wir bei der Division erhalten (die letzte Zahl gibt den Rest an). Wenn wir noch überlegen, dass der Grad des Polynoms bei der Division um 1 niedriger wird, können wir sofort anschreiben:
$(x^3 - 4x^2 + x + 6) : (x - 1) = x^2 - 3x - 2$, Rest 4

Nun probieren wit mit x=2:

	1	-4	1	6
1	1	-3	-2	4
2	1	-2	-3	0

1. Spalte: 1
2. Spalte: 2·1 - 4 = -2
3. Spalte: 2·(-2) + 1 = -3
4. Spalte: 2·(-3) + 6 = 0

Also:

P(2) = 0 (2 ist Nullstelle des Polynoms)
$(x^3 - 4x^2 + x + 6) : (x - 2) = x^2 - 2x - 3$, Rest 0

Wir haben eine Nullstelle gefunden !