

a) Flächenberechnungen (alle Maße in dm!), laut Angabe liegt die x-Achse wie eingezeichnet, später wird sie um 12 dm nach oben verschoben :

Rechteck 1: 12,0 x 7,0 $A_{R1} := 84$

Rechteck - Viertelkreis: $A_K := \left(5 \cdot 12 - 5^2 \cdot \frac{\pi}{4} \right)$ $A_K = 40,4$

Rechteck 2: 5 x 5 : $A_{R2} := 25$

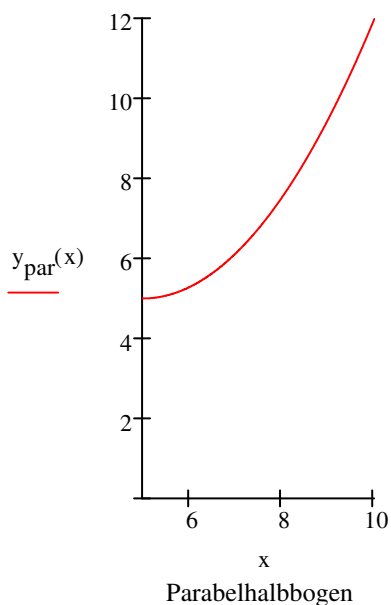
Parabel: allgemein $y(x) = a \cdot (x - x_s)^2 + y_s$

Wenn zwei Punkte bekannt sind: S(5,5) und P(10,12) laut Angabe:

$$12 = a \cdot (10 - 5)^2 + 5$$

$$y_{\text{par}}(x) := \frac{7}{25} \cdot (x - 5)^2 + 5$$

$$a := \frac{7}{25}$$



Flächenschwerpunkt : zur Berechnung des Schwerpunktes verschiebe ich das Koordinatensystem um 12 dm nach oben. Damit habe ich die obere Begrenzung der Kreis- und Parabelfunktion bei $y=0$.

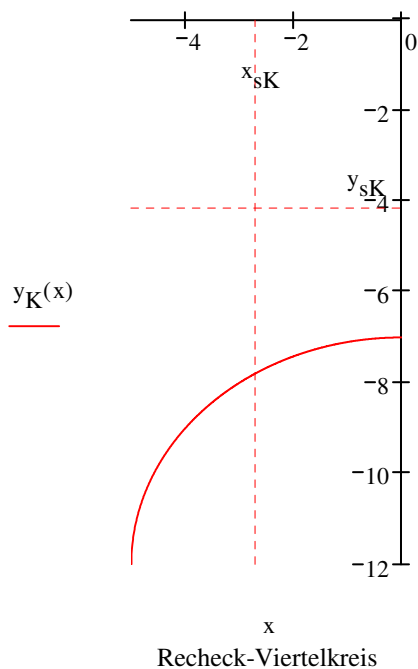
Rechteck R1 : $x_{sR1} := -5 - \frac{7}{2}$ $x_{sR1} = -8.5$ $y_{sR1} := -\frac{12}{2}$

Rechteck - Viertelkreis Begrenzung: $x^2 + y^2 = R^2$ $y_K(x) := \sqrt{5^2 - x^2} - 12$

Flächenschwerpunkt der Fläche oberhalb Viertelkreis

$$x_{sK} := -\frac{1}{A_K} \cdot \int_{-5}^0 x \cdot y_K(x) dx \qquad y_{sK} := -\frac{1}{2 \cdot A_K} \cdot \int_{-5}^0 y_K(x)^2 dx$$

Schwerpunktkoordinaten $x_{sK} = -2.684$ $y_{sK} = -4.114$



Hier ist die x-Achse schon nach oben verlegt !

Rechteck 2 (rechts neben dem Rechteck-Viertelkreis)

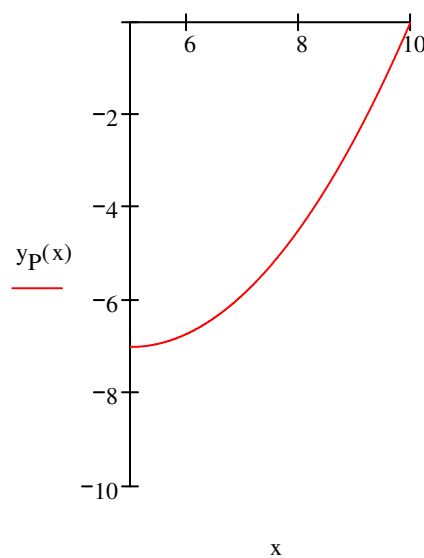
Schwerpunktkoordinaten $x_{sR2} := 2.5$ $y_{sR2} := -2.5$

Fläche oberhalb der Parabel: $y_P(x) := y_{\text{par}}(x) - 12$ $A_P := \left| \int_5^{10} y_P(x) dx \right|$ $A_P = 23.3$

Flächenschwerpunkt der Parabel

$$x_{sP} := \frac{1}{A_P} \int_5^{10} x \cdot y_P(x) dx \quad x_{sP} = -6.875$$

$$y_{sP} := \frac{1}{2 \cdot A_P} \int_5^{10} y_P(x)^2 dx \quad y_{sP} = 2.8$$



Auch hier ist die x-Achse nach oben verlegt !

Gesamtfläche :

$$A_{\text{ges}} := A_{R1} + A_K + A_{R2} + A_P \quad A_{\text{ges}} = 172.7$$

Gesamtvolumen des Tisches mit Dicke=0.3dm

$$V_{\text{ges}} := A_{\text{ges}} \cdot 0.3 \quad V_{\text{ges}} = 51.81$$

Gesamtgewicht:

$$\text{Spez. Gewicht Nussholz} \quad \rho_{\text{Nussholz}} := 0.7 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$$

$$m_{\text{ges}} := V_{\text{ges}} \cdot \rho_{\text{Nussholz}} \quad m_{\text{ges}} = 36.3 \text{ kg}$$

Gesamtschwerpunkt :

Berechnung der Flächenschwerpunktskoordinaten

$$x_s = \frac{\int_A x \, dA}{\int dA} \quad \Leftrightarrow \quad x_s = \frac{\sum_{i=1}^n x_i \cdot A_i}{\sum_{i=1}^n A_i}$$
$$y_s = \frac{\int_A y \, dA}{\int dA} \quad \Leftrightarrow \quad y_s = \frac{\sum_{i=1}^n y_i \cdot A_i}{\sum_{i=1}^n A_i}$$

$$x_{s\text{ges}} := \frac{x_{sR1} \cdot A_{R1} + x_{sK} \cdot A_K + x_{sR2} \cdot A_{R2} + x_{sP} \cdot A_P}{A_{\text{ges}}}$$

$$y_{s\text{ges}} := \frac{y_{sR1} \cdot A_{R1} + y_{sK} \cdot A_K + y_{sR2} \cdot A_{R2} + y_{sP} \cdot A_P}{A_{\text{ges}}}$$

Schwerpunkt der Tischplatte: $x_{s\text{ges}} = -5.329$ $y_{s\text{ges}} = -3.863$