

Komplexe Zahlen:

B: Darstellung durch Winkel und Betrag

1. Überprüfen Sie die Ergebnisse Skizzieren Sie das dazugehörige Polardiagramm

$$z := 4 + i \cdot 3 \quad |z| = 5 \quad \varphi := \operatorname{atan}\left(\frac{\operatorname{Im}(z)}{\operatorname{Re}(z)}\right)$$

$$\varphi = 0.644$$

$$\varphi_{\text{degree}} := \varphi \cdot \frac{180}{\pi}$$

φ ist im Bogenmaß (Radiant) angegeben,
 φ_{degree} in Winkelgrad !

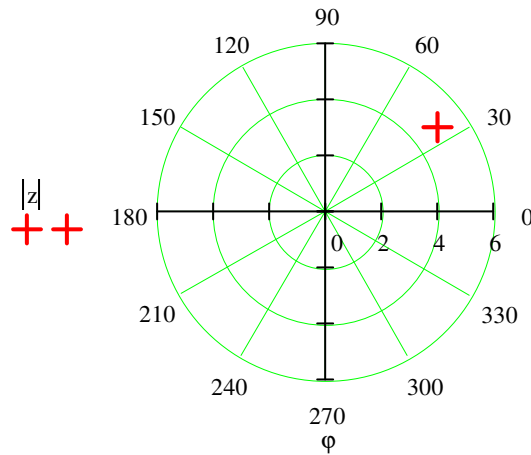
$$\varphi_{\text{degree}} = 36.87^\circ$$

$$|z| \cdot \cos(\varphi) = 4$$

$$|z| \cdot \sin(\varphi) = 3$$

$$z := |z| \cdot \cos(\varphi) + i \cdot |z| \cdot \sin(\varphi) \quad z = 4 + 3i$$

Polardia



2. Überprüfen Sie die Ergebnisse Skizzieren Sie das dazugehörige Polardiagramm

$$z := 2 - i \cdot 3 \quad |z| = 3.606 \quad \varphi := \operatorname{atan}\left(\frac{\operatorname{Im}(z)}{\operatorname{Re}(z)}\right)$$

$$\varphi = -0.983$$

$$\varphi_{\text{degree}} := \varphi \cdot \frac{180}{\pi}$$

$$\varphi_{\text{degree}} = -56.31^\circ$$

$$z := |z| \cdot \cos(\varphi) + i \cdot |z| \cdot \sin(\varphi)$$

$$z = 2 - 3i$$

3. Überprüfen Sie die Ergebnisse Skizzieren Sie das dazugehörige Polardiagramm

$$z := 1.5 + 0.75 \cdot i \quad |z| = 1.677$$

$$\varphi := \operatorname{atan}\left(\frac{\operatorname{Im}(z)}{\operatorname{Re}(z)}\right)$$

$$\varphi = 0.464$$

$$\varphi_{\text{degree}} := \varphi \cdot \frac{180}{\pi}$$

$$\varphi_{\text{degree}} = 26.565^\circ$$

$$z := |z| \cdot \cos(\varphi) + i \cdot |z| \cdot \sin(\varphi)$$

$$z = 1.5 + 0.75i$$

4. Überprüfen Sie die Ergebnisse (a) mit Taschenrechner, (b) mit Diagramm

$$u := 3 + i \cdot 4$$

$$v := 2 - i \cdot 2$$

$$z_1 := u \cdot v$$

$$z_1 = 14 + 2i$$

$$z_2 := \frac{u}{v}$$

$$z_2 = -0.25 + 1.75i$$

Rechnung:

$$\varphi_u := \operatorname{atan}\left(\frac{\operatorname{Im}(u)}{\operatorname{Re}(u)}\right) \quad \varphi_v := \operatorname{atan}\left(\frac{\operatorname{Im}(v)}{\operatorname{Re}(v)}\right)$$

$$\varphi_u = 0.927$$

$$\varphi_v = -0.785$$

$$\varphi_1 := \varphi_u + \varphi_v$$

$$\varphi_1 = 0.142$$

$$\varphi_2 := \varphi_u - \varphi_v$$

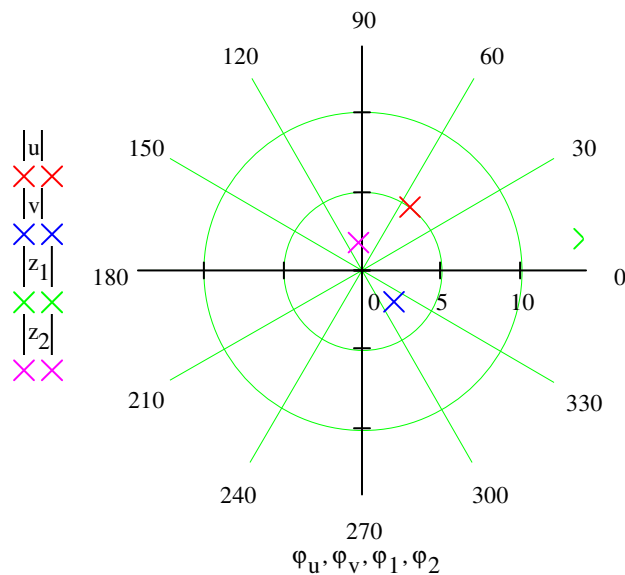
$$\varphi_2 = 1.713$$

$$z_1 := |u| \cdot |v| \cdot (\cos(\varphi_u + \varphi_v) + i \cdot \sin(\varphi_u + \varphi_v))$$

$$z_1 = 14 + 2i$$

$$z_2 := \frac{|u|}{|v|} \cdot (\cos(\varphi_u - \varphi_v) + i \cdot \sin(\varphi_u - \varphi_v))$$

$$z_2 = -0.25 + 1.75i$$



5. Überprüfen Sie die Ergebnisse (a) mit Taschenrechner, (b) mit Diagramm

$$u := 0.5 + i \cdot 0.33 \quad v := 0.25 - i$$

$$u \cdot v = 0.455 - 0.417i \quad \frac{u}{v} = -0.193 + 0.548i$$

6. Überprüfen Sie die Ergebnisse (a) mit Taschenrechner, (b) mit Diagramm

$$u := 5 + i \cdot 0 \quad v := 0 - i \cdot 1$$

$$u \cdot v = -5i \quad \frac{u}{v} = 5i$$

7. Berechnen Sie mit dem Taschenrechner :

$$z := 1 + 1.5 \cdot i \quad z^3 = -5.75 + 1.125i$$

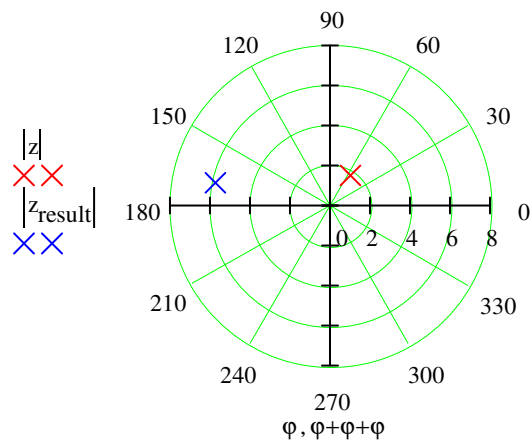
Rechnung :

$$|z| = 1.803 \quad \varphi := \operatorname{atan}\left(\frac{\operatorname{Im}(z)}{\operatorname{Re}(z)}\right)$$

$$|z| \cdot |z| \cdot |z| = 5.859 \quad \varphi + \varphi + \varphi = 2.948$$

$$z_{\text{result}} := |z| \cdot |z| \cdot |z| \cdot (\cos(\varphi + \varphi + \varphi) + i \cdot \sin(\varphi + \varphi + \varphi))$$

$$z_{\text{result}} = -5.75 + 1.125i$$



8. Berechnen Sie mit dem Taschenrechner :

$$z := 1 + 1.5 \cdot i \quad 0.634i \quad z^2 = -1.25 + 3i$$

9. Berechnen Sie mit dem Taschenrechner :

$$z := 10 + 15 \cdot i \quad \sqrt[4]{z} = 1.999 + 0.501i$$

10. Berechnen Sie mit dem Taschenrechner :

$$z := 1 + 2 \cdot i \quad z^4 = -7 - 24i$$