

FH-Studiengang Angewandte Elektronik, WS 2014/15

Übungsaufgaben zur Analysis I

4. Integralrechnung

86. – 88. Man berechne die folgenden unbestimmten Integrale:

$$86. \quad (a) \int \frac{2x^2 - 5x^5 + \sqrt{3x}}{x^3} dx \quad (b) \int (2 \cos x - \frac{1}{\cos^2 x} + 3e^x) dx$$

$$87. \quad (a) \int (x^2 + x + 1) \ln x \, dx \quad (b) \int x^2 \sin x \, dx$$

$$88. \quad (a) \int \sin^3 x \cos x \, dx \quad (b) \int \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} dx$$

89. Mit Hilfe der Substitutionsregel beweise man die nachstehende Integrationsregel

$$\int \frac{u'(x)}{u(x)} dx = \ln|u(x)| + C$$

und berechne damit $\int \frac{dx}{x \ln x}$.

90. Zu vorgegebenen Grenzkosten $k(x)$ und Fixkosten K_0 bestimme man die Gesamtkosten

$$K(x) = \int k(x) dx \text{ und die Durchschnittskosten } \bar{K}(x) = \frac{K(x)}{x}:$$

$$(a) k(x) = 6x^2 - 6x + 11, K_0 = 5$$

$$(b) k(x) = 1/\sqrt{x}, K_0 = 2$$

$$(c) k(x) = 2 + 5e^x, K_0 = 100$$

91. – 92. Man berechne die folgenden bestimmten Integrale:

$$91. \quad (a) \int_0^1 (e^x - 1)^4 e^x \, dx \quad (b) \int_1^2 \left(\frac{1}{x} - \frac{x}{1+x^2} \right) dx$$

$$92. \quad (a) \int_0^{\pi/2} \sin^2 x \, dx \quad (b) \int_0^{\pi/2} \cos^2 x \, dx \quad (c) \int_0^{\pi/4} \tan^2 x \, dx$$

93. Man berechne den Inhalt der Fläche, die von folgenden Kurven begrenzt wird:

$$(a) y = 0, y = 1/x, x = -2, x = -1 \quad (b) y = 0, y = 1/(1+x^2), x = \pm 1$$

94. Gesucht ist der Gleichrichtwert I_g eines Doppelgleichrichters, d.i. der Mittelwert der Stromstärke eines Wechselstroms der Form $i(t) = I_0 \sin(t)$ für $0 \leq t < 2\pi$.

95. Mit Hilfe der Sehnentrapezformel berechne man π aus der Gleichung

$$\pi = 4 \int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}.$$

Dabei verwende man eine Unterteilung des Integrationsintervalls in 2, 5 und 10 Teilintervalle.

96. Man bestimme näherungsweise das Integral $\int_0^{\pi} \frac{\sin x}{1+x^2} dx$.

97. In nachstehender Tabelle sind die Grenzbetriebskosten $k(t)$ (in 1.000,- €) einer Maschine bei einer Arbeitsleistung von t Betriebsstunden angegeben. Man bestimme daraus näherungsweise die Gesamtbetriebskosten $K(T) = \int_0^T k(t) dt$ für $T = 100$.

t	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
$k(t)$	0,50	0,67	0,85	1,02	1,18	1,33	1,48	1,60	1,75	1,92	2,12

98. – 99. Man berechne die folgenden uneigentlichen Integrale:

98. (a) $\int_1^e \frac{dx}{x\sqrt{\ln x}}$ (b) $\int_0^{\infty} xe^{-x} dx$

99. $\int_1^{\infty} \frac{1}{x\sqrt{x-1}} dx$

(Anleitung: Zum Integrieren wähle man die Substitution $u = \sqrt{x-1}$. Ferner beachte man, dass das angegebene Integral sowohl bei $x = 1$ als auch bei $x = \infty$ uneigentlich ist.)

100. Man berechne den Betrag der Fläche zwischen den Kurven $y = 0$ und $y = xe^{-x^2}$ (Skizze).